



دفترچه‌ی سؤال و پاسخ

مرحله‌ی اول المپیاد فیزیک کشور

اسفند ماه ۱۳۹۰

تعداد سؤال	زمان آزمون
۳۵	۱۸۰ دقیقه

ناظر علمی	علیرضا فروغی
ویرایش و نگارش پاسخ‌نامه	پویا قارونی (دارنده‌ی مدال برنز جهانی ۲۰۱۰)، علیرضا کمالی‌پور (دارنده‌ی مدال نقره‌ی جهانی ۲۰۱۱)
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	مونا علیزاده

با توجه به تایپ مجدد متن سؤالات و پلسخ تشریحی امکان بروز اشتباه وجود دارد. لذا خواهشمندیم در صورت مشاهده‌ی این موارد با تلفن ۰۶۴۶۳-۰۲۱ داخلی ۱۶۰ تماس گرفته و ما را در ارائه هر چه بهتر این خدمات یاری نمایید.

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین پلاک ۹۲۳ بنیاد آموزشی قلمچی (وقف عام) ۰۲۱-۶۴۶۳

«تمام دارایی‌ها و درآمدهای بنیاد علمی آموزشی قلمچی وقف عام است بر گسترش دانش و آموزش»

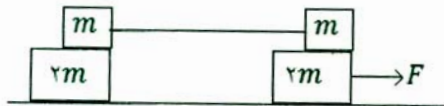
۱- شخصی که طول قدش 180cm است در مقابل آئینه تختی که روی دیوار قائمی نصب شده، ایستاده است. چشم این شخص 10cm پایین‌تر از بالای سر او است. اگر این شخص فقط تمام قد خود را تحت زاویه‌ی 45° در آئینه ببیند، فاصله‌اش از آئینه چه قدر است؟

- (۱) 75cm (۲) 86cm (۳) 94cm (۴) 115cm

۲- یک آئینه مقعر به شعاع 1m ته مخزن آبی که ارتفاع آب در آن 40cm است قرار دارد. نور خورشید از بالا عمود به سطح آب و سپس به آئینه می‌تابد. ضریب شکست آب $\frac{4}{3}$ است. تصویر در چه فاصله‌ای از آئینه تشکیل می‌شود؟

- (۱) $37/5\text{cm}$ (۲) $47/5\text{cm}$ (۳) 50cm (۴) $52/5\text{cm}$

۳- در دستگاه نشان داده شده در شکل زیر، دو قطعه به جرم m با نخ به هم وصل شده‌اند. ضریب اصطکاک ایستایی بین m و $2m$ (در هر دو قسمت) μ_s است. از اصطکاک بین قطعه‌های به جرم $2m$ با سطحی که روی آن قرار دارند صرف نظر کنید. بیشینه‌ی F چه قدر باشد تا چهار قطعه با هم حرکت نکنند؟



- (۱) $2\mu_s mg$ (۲) $\mu_s mg$
(۳) $\frac{3}{4}\mu_s mg$ (۴) $\frac{3}{2}\mu_s mg$

۴- یک اتاق خواب معمولی گنجایش حدوداً چند ذرت بو داده (پف فیل) را دارد؟

- (۱) 10^{11} (۲) 10^9 (۳) 10^7 (۴) 10^5

۵- آونگی از سقف آسانسوری آویزان و در حرکت نوسانی است. اگر آسانسور ناگهان سقوط آزاد کند، حرکت آونگ چگونه خواهد بود؟

- (۱) تغییری ایجاد نمی‌شود و آونگ به نوسان خود ادامه می‌دهد.
(۲) ساکن می‌ماند.
(۳) حول نقطه آویز حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد.
(۴) هر یک از دو گزینه‌ی ۲ و ۳ ممکن است رخ دهد.

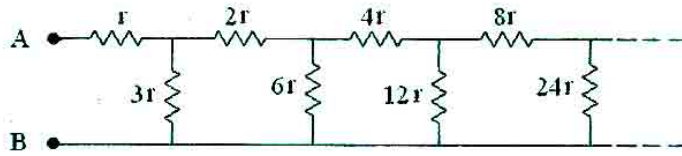
۶- هزار قطره آب هم شکل و یکسان هر یک با پتانسیل یک ولت و به فاصله‌ی خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. پتانسیل الکتریکی قطره‌ی بزرگی که از به هم پیوستن این قطرات کوچک به وجود می‌آید چند ولت است؟ (آب را رسانا و قطره‌ها را کروی فرض کنید.)

- (۱) ۱ ولت (۲) ۱۰ ولت (۳) ۱۰۰ ولت (۴) ۱۰۰۰ ولت

۷- فرض کنید در حال عبور از اقیانوس با قایق هستید و امیدوار هستید که در جزیره‌ای به خشکی برسید. بلندترین قله جزیره 2300 متر ارتفاع دارد. از چه فاصله‌ای می‌توانید این قله را در حالی که تازه از افق سر برآورده ببینید؟

- (۱) ۸۵ کیلومتر (۲) ۱۲۷ کیلومتر (۳) ۱۷۰ کیلومتر (۴) ۲۱۲ کیلومتر

۸- مدار شکل زیر از زنجیره نامحدودی از مقاومت‌ها تشکیل شده است که مقدار آن‌ها در شکل داده شده است. مقاومت معادل بین نقطه‌ی A و B چه قدر است؟



(۱) $3r$

(۲) $2r$

(۳) $2/5r$

(۴) $3/5r$

۹- از نظر موتورسواری که با سرعت ۱۵ متر بر ثانیه به شرق می‌رود باد از جنوب شرقی با زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌وزد. اگر موتورسوار با سرعت ۸ متر بر ثانیه در جهت شرق حرکت کند به نظر وی باد از جنوب می‌وزد. اندازه سرعت باد از نظر شخصی که روی زمین ساکن است چند متر بر ثانیه است؟

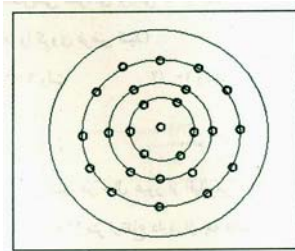
(۴) ۱۷

(۳) ۱۲/۵

(۲) ۱۰/۵

(۱) ۹

۱۰- مطابق شکل سوراخ‌هایی روی محیط دایره هم مرکزی روی یک قرص ایجاد شده است. فاصله هر دو سوراخ مجاور روی هر یک از دایره‌ها ۱cm است. چراغی پشت قرص روشن است و قرص با سرعت ۳۰ دور در دقیقه حول محورش می‌چرخد. حداقل شعاع دایره‌ای که نور عبور کرده از سوراخ‌های آن به صورت یکنواخت دیده می‌شود چه قدر است؟ چشم انسان نوری که با بسامدی بیش از ۱۶ بار در ثانیه روشن و خاموش شود، بی‌بوسته روشن می‌بیند.



(۱) $2/55\text{cm}$

(۲) $5/1\text{cm}$

(۳) $7/5\text{cm}$

(۴) $10/2\text{cm}$

۱۱- یک منبع نور نقطه‌ای روی کانون یک عدسی واگرای نازک به قطر ۱۰ سانتی‌متر قرار دارد. قطر قرص روشنی که بر روی پرده‌ای که موازی عدسی است و فاصله‌ی آن از عدسی برابر فاصله‌ی کانونی عدسی است ایجاد می‌شود، چند سانتی‌متر است؟

(۴) ۴۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

۱۲- نصف یک ظرفی را از مایع A با چگالی ρ_A و نصف دیگر را از مایع B با چگالی ρ_B پر می‌کنیم. دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند و چگالی مخلوط $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر یک سوم ظرف را از مایع A و مابقی را از مایع B پر کنیم چگالی

مخلوط $6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ می‌شود. چگالی هر یک از مایعات چند $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است؟

(۴) ۱۲ و ۴

(۳) ۱۱ و ۵

(۲) ۱۰ و ۶

(۱) ۹ و ۶

۱۳- دو باتری یکسان هر یک با نیروی محرکه‌ی E و مقاومت داخلی r در نظر بگیرید. این دو باتری را می‌توان به صورت سری یا موازی به هم وصل کرد. مجموعه‌ی دو باتری را هر بار به دو سر مقاومت R می‌بندیم. برای این که اتلاف انرژی گرمایی در مقاومت R بیشینه باشد، چه رابطه‌ای بین R و r باید برقرار باشد؟

$$(1) \text{ در حالت موازی } R = \frac{r}{2} \text{ و در حالت سری } R = 2r$$

$$(2) \text{ در حالت موازی } R = 2r \text{ و در حالت سری } R = \frac{r}{2}$$

$$(3) \text{ در هر دو حالت } R = \frac{r}{2}$$

$$(4) \text{ در هر دو حالت } R = 2r$$

۱۴- شخصی که طول قدش h است با سرعت یکنواخت v روی یک مسیر افقی و مستقیم در جهت عمود بر دیواری که مقابلش است به سمت دیوار راه می‌رود. یک چشمه‌ی نور نقطه‌ای روی زمین و پشت سر او قرار دارد. فاصله‌ی چشمه‌ی نور نقطه‌ای از دیوار D است. وقتی فاصله‌ی شخص از دیوار d ($d < D$) است، اندازه سرعت حرکت سایه‌اش روی دیوار چه قدر است؟

$$(1) \frac{hDv}{2d^2} \quad (2) \frac{2hDv}{d^2} \quad (3) \frac{hDv}{4d^2} \quad (4) \frac{hDv}{d^2}$$

۱۵- دو آینه‌ی واگرای یکسان که فاصله‌ی کانونی هر یک ۳۰ سانتی‌متر است مقابل هم قرار دارند. کانون‌ها و محورهای اصلی دو آینه بر هم منطبق است. شیء کوچکی روی محور اصلی مشترک دو آینه و به فاصله ۱۰ سانتی‌متر از یکی از آینه‌ها قرار دارد. فاصله تصویر ایجاد شده پس از انعکاس در دو آینه، از آینه‌ای که به فاصله‌ی دورتری از شیء قرار دارد، چند سانتی‌متر است؟

$$(1) 10 \quad (2) 30 \quad (3) 40 \quad (4) 50$$

۱۶- یک میز گرد به شعاع r در نظر بگیرید که لامپی درست بالای مرکز آن روشن است. فاصله‌ی قائم بین مرکز میز و لامپ چه قدر باشد تا روشنایی لبه‌ی میز بیشینه باشد؟

$$(1) \frac{r}{\sqrt{2}} \quad (2) \frac{r}{2} \quad (3) \sqrt{2}r \quad (4) r$$

۱۷- یک ظرف محتوی یخ صفر درجه و ظرف دیگری محتوی آب جوش صد درجه موجود است. با یک میله رسانای استوانه‌ای شکل مسی دو ظرف را به هم وصل می‌کنیم. سطح جانبی میله عایق‌بندی شده است به طوری که گرما از سطح جانبی آن به محیط منتقل نمی‌شود. مشاهده می‌کنیم که یخ بعد از ۳۰ دقیقه ذوب می‌شود. اگر با میله آهنی همین تجربه را تکرار کنیم مشاهده می‌کنیم که یخ بعد از ۷۵ دقیقه ذوب می‌شود. اگر میله‌ها را به صورت سری برای انتقال گرما به کار ببریم، یخ پس از چه مدتی ذوب می‌شود؟ سطح مقطع میله‌ها یکسان است.

$$(1) 90 \text{ دقیقه} \quad (2) 105 \text{ دقیقه} \quad (3) 120 \text{ دقیقه} \quad (4) 135 \text{ دقیقه}$$

۱۸- دو تیغه‌ی متوازی‌السطوح شفاف یکی به ضخامت $d_1 = 4 \text{ cm}$ و ضریب شکست $n_1 = 2$ و دیگری به ضخامت $d_2 = 6 \text{ cm}$ و ضریب شکست $n_2 = 1/5$ را به هم می‌چسبانیم. یک پرتو نور با زاویه‌ی 37° نسبت به خط عمود، به تیغه‌ی متوازی‌السطوح اول می‌تابد. جابه‌جایی عرضی پرتو نور پس از خروج از تیغه‌ی دوم نسبت به امتداد پرتو فرودی چند سانتی‌متر

$$\text{است؟ } (\sin 37^\circ \approx 0/6)$$

$$(1) 5 \quad (2) 4 \quad (3) 3 \quad (4) 2$$

۱۹- دو بار نقطه‌ای $+q_1$ و $+q_2$ در مکان \vec{r}_1 و \vec{r}_2 از فضا در نظر بگیرید. می‌توان یک بار نقطه‌ای مانند Q در مکان مناسبی از فضا مانند \vec{R} قرار داد به طوری که هر سه بار در حال تعادل باشند. Q و \vec{R} چه قدر هستند؟

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1\sqrt{q_2} + \vec{r}_2\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} \text{ و } Q = -\frac{q_1q_2}{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2} \quad (1)$$

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1\sqrt{q_1} + \vec{r}_2\sqrt{q_2}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} \text{ و } Q = -\frac{q_1q_2}{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2} \quad (2)$$

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1q_2 + \vec{r}_2q_1}{q_1 + q_2} \text{ و } Q = -\frac{q_1q_2}{q_1 + q_2} \quad (3)$$

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1q_1 + \vec{r}_2q_2}{q_1 + q_2} \text{ و } Q = -\frac{q_1q_2}{q_1 + q_2} \quad (4)$$

۲۰- سطح آب یک حوض، یخ بسته است. ضخامت لایه‌ی یخ d و عمق آب زیر یخ D است. دمای هوای بالای استخر بر حسب سانتی‌گراد θ_1 و دمای کف استخر θ_2 می‌باشد. اگر رسانندگی گرمایی یخ و آب به ترتیب k_1 و k_2 باشند. نسبت $\frac{d}{D}$ چه قدر باشد تا مقادیر d و D ثابت بمانند؟ انتقال گرما از سطح بالایی یخ و کف استخر صورت می‌گیرد.

$$\frac{\theta_2 k_1}{\theta_1 k_2} \quad (4) \quad \frac{\theta_2 k_2}{\theta_1 k_1} \quad (3) \quad \frac{\theta_1 k_1}{\theta_2 k_2} \quad (2) \quad \frac{\theta_1 k_2}{\theta_2 k_1} \quad (1)$$

۲۱- شیئی به فاصله‌ی یک متر از پرده‌ای قرار دارد. یک عدسی همگرا تصویری از شیء روی پرده تشکیل داده است. عدسی را 2.0cm به طرف شیء حرکت می‌دهیم، مجدداً تصویر آن روی پرده تشکیل می‌شود. نسبت طول تصویر در حالت اول به طول تصویر در حالت دوم چه قدر است؟

$$\frac{4}{9} \quad (4) \quad \frac{9}{4} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (1)$$

۲۲- دو ذره‌ی باردار یکی به جرم M و بار الکتریکی $+Q$ و دیگری به جرم $\frac{M}{4}$ و بار الکتریکی $-2Q$ در میدان الکتریکی یکنواخت E در نظر بگیرید. فاصله‌ی دو بار از یکدیگر چه قدر باشد تا پس از این که رها می‌شوند در همان فاصله‌ی نسبی اولیه نسبت به هم باقی بمانند. میدان الکتریکی در امتداد خط واصل دو بار می‌باشد.

$$\sqrt{\frac{7Q}{5\pi\epsilon_0 E}} \quad (4) \quad \sqrt{\frac{3Q}{5\pi\epsilon_0 E}} \quad (3) \quad \sqrt{\frac{7Q}{10\pi\epsilon_0 E}} \quad (2) \quad \sqrt{\frac{3Q}{10\pi\epsilon_0 E}} \quad (1)$$

۲۳- دمای هوای اتاقی که حجم آن 5.0m^3 است 27°C و فشار هوای داخل آن 1atm می‌باشد. اگر این امکان وجود داشت که انرژی جنبشی کل مولکول‌های هوای داخل این اتاق را برای پرتاب یک گلوله‌ی نیم تنی در راستای قائم به سمت بالا صرف کنیم، گلوله تا چه ارتفاعی بالا می‌رفت؟ هوا را گاز کامل با ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت، $\frac{5}{2}R$ در نظر بگیرید.

$$\begin{matrix} 20 \text{ کیلومتر} & (1) \\ 2 \text{ کیلومتر} & (2) \\ 2 \text{ متر} & (3) \\ 2 \text{ سانتی‌متر} & (4) \end{matrix}$$

۲۴- کمینه فاصله‌ی ممکن بین یک شیء و تصویر حقیقی‌اش در یک عدسی همگرا که فاصله کانونی آن f است، چه قدر می‌تواند باشد؟ شیء روی محور عدسی واقع است.

$$4f \quad (4) \quad 3f \quad (3) \quad 2f \quad (2) \quad f \quad (1)$$

۲۵- از بالای سطح زمین سنگی با سرعت اولیه‌ی V_0 به سمت بالا پرتاب می‌شود. بعد از گذشت ۱۰ ثانیه، از همان نقطه سنگ دیگری بدون سرعت اولیه رها می‌شود، با فرض این که ارتفاع نقطه‌ی پرتاب از سطح زمین زیاد است، شرط لازم و کافی برای

آن که دو سنگ در نقطه‌ای از مسیر به هم برسند، چیست؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^2})$

$$V_0 > ۵۰ \frac{m}{s} \quad (۱) \quad V_0 < ۱۰۰ \frac{m}{s} \quad (۲)$$

$$۱۰۰ \frac{m}{s} < V_0 < ۱۷۰ \frac{m}{s} \quad (۳) \quad ۵۰ \frac{m}{s} < V_0 < ۱۰۰ \frac{m}{s} \quad (۴)$$

۲۶- قطاری روی یک ریل مستقیم حرکت می‌کند. شخصی که در داخل قطار رو به جنوب ایستاده است، سکه‌ای را که در دست دارد رها می‌کند. سکه جلوی شخص بر کف قطار می‌افتد. کدام گزینه‌ی زیر صحیح است؟

- (۱) شتاب قطار حتماً به طرف شمال است. (۲) شتاب قطار حتماً به طرف جنوب است.
(۳) قطار حتماً به طرف شمال حرکت می‌کند. (۴) قطار حتماً به طرف جنوب حرکت می‌کند.

۲۷- مسافتی که یک انسان به طور متوسط در طول عمر خود می‌پیماید، به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

- (۱) ۱۰^۹ کیلومتر (۲) ۱۰^۷ کیلومتر (۳) ۱۰^۵ کیلومتر (۴) ۱۰^۳ کیلومتر

۲۸- یک لامپ با توان P داخل یخچال کارنو که موتورش با توان P کار می‌کند، روشن مانده است. اگر دمای هوای بیرون یخچال T باشد، دمای داخل آن حداقل به چه مقداری می‌تواند برسد؟

$$T \quad (۱) \quad \frac{T}{۲} \quad (۲) \quad \frac{۳T}{۴} \quad (۳) \quad \frac{T}{۴} \quad (۴)$$

۲۹- بنابر یکی از نظریه‌های موجود در مورد مبدأ عالم، جهان اولیه دارای چگالی $۱۰^{۱۵} \frac{g}{cm^3}$ و شعاع آن برابر فاصله‌ی کنونی زمین تا خورشید بوده است. اگر ماده‌ی موجود در عالم را متشکل از پروتون، نوترون و الکترون با تعداد مساوی در نظر بگیریم،

مرتبه بزرگی تعداد ذرات تشکیل دهنده‌ی جهان، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

- (۱) ۱۰^{۷۳} (۲) ۱۰^{۷۶} (۳) ۱۰^{۷۹} (۴) ۱۰^{۸۲}

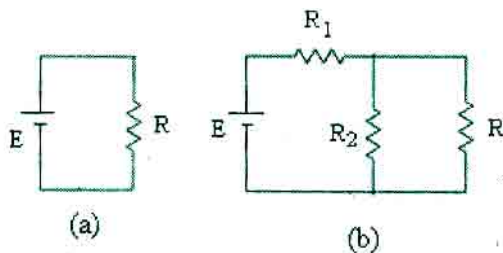
۳۰- در مقیاس دمای بنزن ($^{\circ}B$)، دمای یخ زدن C_6H_6 برابر B° (معادل $5/5^{\circ}C$) و دمای جوش آن $B^{\circ} ۱۰۰$ (معادل

$100/1^{\circ}C$) است. در این مقیاس دمایی، دمای جوش آب چه قدر است؟

- (۱) $114^{\circ}B$ (۲) $121^{\circ}B$ (۳) $127^{\circ}B$ (۴) $133^{\circ}B$

۳۱- دو مدار زیر را در نظر بگیرید. $R_1 R_2$ چه قدر باشد تا جریان گذرنده از باتری در هر دو مدار یکسان ولی جریان گذرنده

از R در مدار (b) برابر ۱/۰ جریان گذرنده از R در مدار (a) باشد؟



- (۱) R^2
(۲) $9R^2$
(۳) $7R^2$
(۴) $18R^2$

۳۲- قطعه چوبی به جرم m از ارتفاع H بالای سطح آب یک دریاچه رها می‌شود. بر این قطعه در داخل آب نیروی شناوری F ($F > mg$) وارد می‌شود. با صرف نظر کردن از نیروی مقاومت هوا، از لحظه‌ی رها شدن، چه مدت طول می‌کشد تا قطعه پس از فرو رفتن در آب، دوباره به سطح آب برگردد؟

$$\frac{F + mg}{mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (۲) \qquad \frac{F + mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (۱)$$

$$\frac{F + mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (۴) \qquad \frac{2F + mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (۳)$$

۳۳- یک مخزن نفت استوانه‌ای شکل به قطر $6m$ ، ارتفاع $10m$ و ضریب انبساط طولی $\frac{1}{k} \times 10^{-5}$ در نظر بگیرید. در دمای $10^\circ C$ - فاصله‌ی سطح نفت داخل مخزن تا لبه‌ی مخزن $50cm$ است. ضریب انبساط حجمی نفت $\frac{1}{k} \times 10^{-3}$ است. در چه دمایی نفت از مخزن لبریز می‌شود؟

۴۶/۰ °C (۴) ۴۴/۳ °C (۳) ۴۲/۶ °C (۲) ۴۰/۹ °C (۱)

۳۴- یک ستاره‌ی نوترونی کروی شکل که چگالی آن یکنواخت و برابر $\frac{10^{18} kg}{m^3}$ است، حول قطرش می‌چرخد. سریع‌ترین بسامدی که این ستاره می‌تواند با آن بچرخد بدون این که از هم بپاشد، بر حسب هرتز از چه مرتبه بزرگی است؟

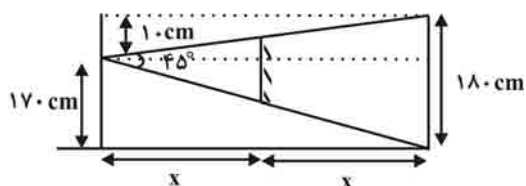
۱۰^۴ (۴) ۱۰^۲ (۳) ۱۰ (۲) ۱۰^۳ (۱)

۳۵- یک جعبه‌ی مکعب مستطیل شکل به ابعاد $80cm \times 40cm \times 20cm$ در نظر بگیرید. مورچه‌ای می‌خواهد با راه رفتن روی سطوح جعبه، خود را از یک گوشه به گوشه‌ی مقابل برساند (دو گوشه در امتداد بزرگ‌ترین قطر جعبه واقع‌اند). کوتاه‌ترین مسافتی که می‌تواند طی کند چه قدر است؟

۱۴۰cm (۴) ۱۲۵cm (۳) ۱۰۰cm (۲) ۹۲cm (۱)

**** پاسخنامه‌ی فیزیک ****

۱- گزینه‌ی «۳» صحیح است.



$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{x}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{170}{x}\right) = 45^\circ$$

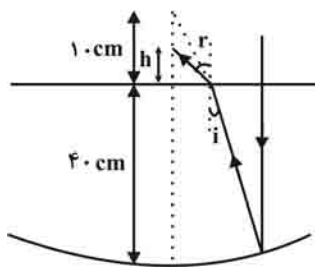
برای این که شخص فقط تمام قد خود را در آینه ببیند، باید:

با جای‌گذاری گزینه‌ها در معادله‌ی بالا در می‌یابیم که نزدیک‌ترین جواب $x = 94 \text{ cm}$ است.

۲- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

می‌دانیم که نور وقتی به طور عمودی وارد آب می‌شود بدون شکست به مسیر خود ادامه می‌دهد، بعد به آینه برخورد می‌کند و در نقطه‌ی کانونی جمع می‌شود. اما چون فاصله‌ی کانونی بیش‌تر از عمق آب است، پس پرتوها در خارج شدن از آب می‌شکنند و در نقطه‌ای به

فاصله‌ی h از سطح آب جمع می‌شوند.



$$\Rightarrow n \sin i = \sin r$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times \sin i = \sin r$$

$$\frac{\tan(90^\circ - i)}{\tan(90^\circ - r)} = \frac{10}{h}$$

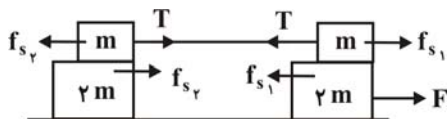
$$\Rightarrow \frac{\tan r}{\tan i} = \frac{10}{h} \Rightarrow h = 10 \times \frac{\tan i}{\tan r}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan i}{\tan r} \approx \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} \quad \text{تقریب پیرامحوری}$$

$$h = 10 \times \frac{3}{4} = 7.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow 40 + 7.5 = 47.5 \text{ cm}$$

۳- گزینه‌ی «۴» صحیح است.



$$\begin{cases} F - f_{s1} = 2ma \\ f_{s1} - T = ma \\ T - f_{s2} = ma \\ f_{s2} = 2ma \\ f_{s1} = \mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F - f_{s1} = f_{s2} \\ f_{s1} = 2f_{s2} \end{cases} \Rightarrow F - \mu mg = \frac{\mu mg}{2} \Rightarrow F = \frac{3\mu mg}{2}, f_{s2} = \frac{\mu mg}{2}$$

چون هر دو نیروی اصطکاک ایستایی از بیشینه‌ی آستانه‌ی حرکت خود بیش‌تر نیستند این جواب قابل قبول است.

۴- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

یک اتاق معمولی را می‌توان $3\text{m} \times 4\text{m} \times 5\text{m}$ در نظر گرفت. یک ذرت بو داده را می‌توان یک کره به شعاع 1cm در نظر گرفت.
پس:

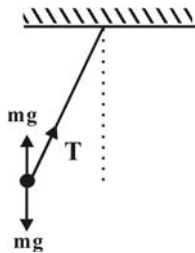
$$V_{\text{اتاق}} = 5 \times 4 \times 3 = 6 \cdot \text{m}^3$$

$$V_{\text{ذرت}} = \frac{4}{3} \pi \times 1^3 = \frac{4\pi}{3} \approx 4\text{cm}^3$$

$$\Rightarrow N = \frac{V_{\text{اتاق}}}{V_{\text{ذرت}}} = \frac{6 \cdot \text{m}^3}{4 \times 10^{-6} \text{m}^3} = 15 \times 10^6 = 1.5 \times 10^7$$

پس گزینه‌ی «۳» قابل قبول است.

۵- گزینه‌ی «۴» صحیح است.



در حرکت شتابدار، می‌توانیم در یک دستگاه نالخت متصل به آسانسور معادلات حرکت جسم را بنویسیم، با این تفاوت که یک نیروی مجازی نیز به جسم وارد می‌شود: اندازه‌ی نیروی مجازی برابر است با شتاب آسانسور ضرب در جرم جسم و جهت آن در جهت خلاف شتاب است.

$$\vec{T} + m\vec{g} - m\vec{g} = \vec{T}$$

پس جمع نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

پس فقط نیروی طناب است که به جسم وارد می‌شود، اگر جسم سرعت داشته باشد، پس با سرعت یکنواخت روی یک دایره به مرکز نقطه‌ی آویز حرکت می‌کند، اگر جسم بدون سرعت باشد، طناب شل می‌شود و جسم ساکن می‌ماند.

۶- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \Rightarrow q = 4\pi\epsilon_0 R V$$

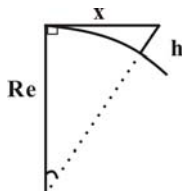
بار هر قطره‌ی آب برابر است با q :

$$Q = 1000q \quad v' = 1000v \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R'^3 = 1000 \times \frac{4}{3}\pi R^3 = R' = 10R$$

$$\Rightarrow V' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{1000 \times 4\pi\epsilon_0 R V}{4\pi\epsilon_0 R'} = \frac{1000 \times 1}{10} = 100V$$

۷- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

در این سؤال با فرض این که قدرت تشخیص ما زیاد است، باید انحنای زمین را در حل سؤال در نظر بگیریم:



$$R_e^2 + x^2 = (h + R_e)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = h^2 + 2R_e h \xrightarrow{h \ll R_e} x^2 \approx 2R_e h$$

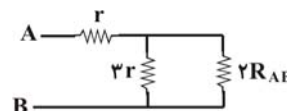
$$\Rightarrow x = \sqrt{2 \times 6/4 \times 10^6 \times 2300} \approx 17 \cdot \text{km}$$

۸- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

اگر مقاومت معادل از هر نقطه‌چین را در نظر بگیریم می‌بینیم که در هر پله مقاومت بعدی ۲ برابر مقاومت پله‌ی قبلی است، چون مقاومت‌ها تا بی‌نهایت ادامه دارند و در مقاومت‌ها اگر مقدار همگی مقاومت‌ها دو برابر شود، مقدار مقاومت معادل نیز دو برابر می‌شود، مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B را R_{AB} در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{2R_{AB} \times 3r}{3r + 2R_{AB}} + r = R_{AB} \Rightarrow 6rR_{AB} + 3r^2 + 2R_{AB}r = 3rR_{AB} + 2R_{AB}^2$$

$$\Rightarrow 2R_{AB}^2 - 3R_{AB}r - 3r^2 = 0 \Rightarrow R_{AB} = \left(\frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{2 \times 2} \right) r \Rightarrow R_{AB} = 3r$$



۹- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

سرعت باد از نظر موتورسوار برابر است با سرعت باد از نظر ناظر ساکن منهای سرعت موتورسوار: $u' = u - V \Rightarrow u = u' + V$

$$\Rightarrow u_x = V - u' \cos \phi = 15 - \frac{\sqrt{2}}{2} u'$$

$$u_y = u' \sin \phi = u' \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$u_x = V = 8$$

$$\Rightarrow 15 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times u' = 8 \Rightarrow u_y = 7$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{64 + 49} \approx 10.5 \text{ m/s}$$

۱۰- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

اگر فرکانس نوری که از سوراخ عبور می‌کند از ۱۶ هرتز بیشتر شود، انسان نور را پیوسته می‌بیند. پس باید شعاع دایره‌ای را بیابیم که

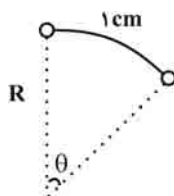
$$T = \frac{1}{16} \text{ s}$$

در آن فاصله‌ی زمانی بین دو وضعیت یکسان کم‌تر از $\frac{1}{16} \text{ s}$ شود:

$$\theta = \omega T = \frac{1 \text{ cm}}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{\omega T}$$

$$\omega = \frac{30 \times 2\pi}{60} = \pi \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{\pi \times \frac{1}{16}} = \frac{16}{\pi} \approx 5.1 \text{ cm}$$

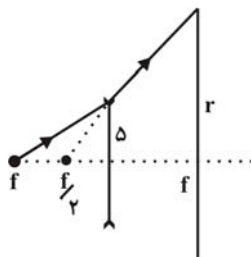


۱۱- گزینه‌ی «ب» صحیح است.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow q = -\frac{f}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{f}{2}}{f + \frac{f}{2}} = \frac{\delta}{r} \Rightarrow \frac{\delta}{r} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = 15 \text{ cm} \Rightarrow 2r = 30 \text{ cm}$$



۱۲- پاسخ صحیح ندارد.

$$\rho_A \frac{V}{2} + \rho_B \frac{V}{2} = \rho \times V$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \Rightarrow \rho_A + \rho_B = 16 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_A \times \frac{V}{3} + \rho_B \frac{2V}{3} = \rho' \times V$$

$$3\rho' = 2\rho_B + \rho_A = 18 \text{ g/cm}^3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_A + 2\rho_B = 18 \\ \rho_A + \rho_B = 16 \end{cases} \Rightarrow \rho_B = 2 \text{ g/cm}^3 \Rightarrow \rho_A = 14 \text{ g/cm}^3$$

۱۳- گزینه‌ی «ا» صحیح است.

$$a: E - \frac{rI}{2} - RI = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R + \frac{r}{2}}$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = \frac{rE^2 R}{(r + 2R)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{rE^2 (r - 2R)}{(r + 2R)^3} = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{r}{2}$$

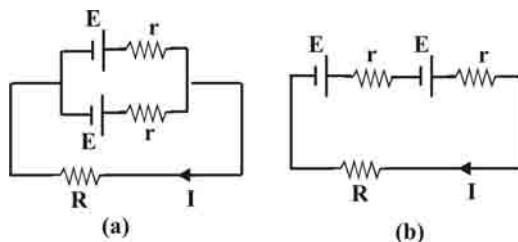
$$b: 2E - 2rI - RI = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{2E}{2r + R}$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = \frac{rE^2 R}{(R + 2r)^2}$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{rE^2 (2r - R)}{(R + 2r)^3} = 0$$

$$\Rightarrow R = 2r$$

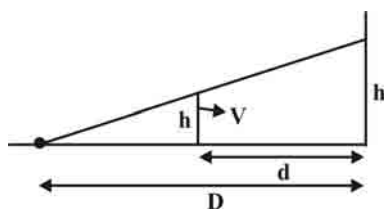


۱۴- پاسخ صحیح ندارد.

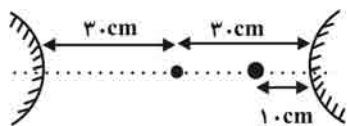
$$\frac{D-d}{D} = \frac{h}{h'}$$

$$\Rightarrow h' = \frac{Dh}{D-d}$$

$$V' = \frac{dh'}{dt} = \frac{Dh}{(D-d)^2} \times V = \frac{DhV}{(D-d)^2}$$



۱۵- پاسخ صحیح ندارد.



$$\text{تصویر در آینه‌ی اول: } \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{1.0} + \frac{1}{q} = -\frac{1}{3.0} \Rightarrow -\frac{1}{q} = \frac{3+1}{3.0} \Rightarrow q = -\frac{7}{5} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5} + 6.0 = \frac{67}{5} \text{ cm}$$

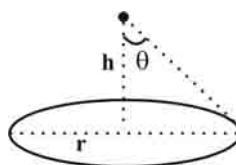
$$\text{تصویر در آینه‌ی دوم: } \frac{1}{p} + \frac{1}{q'} = -\frac{1}{f} \Rightarrow -\frac{1}{q'} = \frac{1}{3.0} + \frac{1}{67/5} \Rightarrow q' \approx -\frac{20}{8} \text{ cm}$$

۱۶- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$\Rightarrow I \propto \frac{h}{(h^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

می‌دانیم روشنایی نور با معکوس فاصله به توان ۲ و کسینوس زاویه‌ی θ رابطه دارد:

$$\Rightarrow \frac{dI}{dh} = 0 \Rightarrow \frac{(h^2 + r^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} \times 2h \times (h^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}}{(h^2 + r^2)^3} = 0$$



$$\Rightarrow h^2 + r^2 - 3h^2 = 0 \Rightarrow 2h^2 = r^2 \Rightarrow h = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

۱۷- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_{Cu} A \frac{\Delta T_{\gamma}}{\Delta L} = k_{Fe} A \frac{\Delta T_{\alpha}}{\Delta L} = k A \frac{\Delta T}{\Delta L}$$

در سری کردن دو میله می‌توانیم ضریب رسانندگی معادل به کار ببریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{\alpha} + \Delta T_{\gamma} &= \Delta T \\ \Rightarrow k_{Cu} \Delta T_{\alpha} &= k_{Fe} \Delta T_{\gamma} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}} \Delta T_{\gamma} + \Delta T_{\gamma} = \Delta T \Rightarrow \Delta T_{\gamma} = \frac{\Delta T}{1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = k_{Fe} A \times \frac{\Delta T}{1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}}} \times \frac{1}{\Delta T} = \frac{k_{Fe} k_{Cu}}{k_{Fe} + k_{Cu}} \times \frac{\Delta T}{\Delta L} A$$

$$\Rightarrow k = \frac{k_{Fe} k_{Cu}}{(k_{Fe} + k_{Cu})}$$

$$k_{Cu} \times 3.0 \text{ min} = k_{Fe} \times 7.5 \text{ min} \Rightarrow \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}} = \frac{3.0}{7.5} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 7.5 k_{Fe} = \Delta t \times k$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{7.5 k_{Fe}}{k}$$

$$k = \frac{k_{Fe}}{(1 + \frac{k_{Fe}}{k_{Cu}})} = \frac{k_{Fe}}{(1 + \frac{2}{5})} = \frac{5 k_{Fe}}{7}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{7.5 \times k_{Fe}}{\frac{5 k_{Fe}}{7}} = 10.5 \text{ min}$$

۱۸- گزینه‌ی «ب» صحیح است.

$$\sin 37^\circ = n_1 \sin \alpha_1 \Rightarrow \sin \alpha_1 = 0.3 \Rightarrow \cos \alpha_1 = 0.95 \Rightarrow \tan \alpha_1 = 0.32$$

$$\Rightarrow n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \Rightarrow \sin \alpha_2 = 0.4 \Rightarrow \cos \alpha_2 = 0.92 \Rightarrow \tan \alpha_2 = 0.43$$

$$x_1 = d_1 \tan \alpha_1 + d_2 \tan \alpha_2 = 3.86 \text{ cm}$$

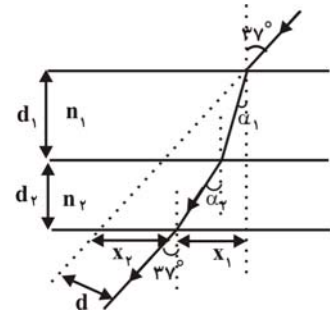
جابه‌جایی افقی پرتو به دست می‌آید:

$$x_2 = (d_1 + d_2) \tan 37^\circ - x_1 = 3.64 \text{ cm}$$

انحراف افقی پرتو از مسیر اولیه:

$$d = x_2 \sin(90 - 17) \approx 3 \text{ cm}$$

جابه‌جایی عرضی پرتو:



۱۹- پاسخ صحیح گزینه‌ی «ا»

برای به دست آوردن Q و R به دو معادله از تعادل نیروها برای بارها نیازمندیم:

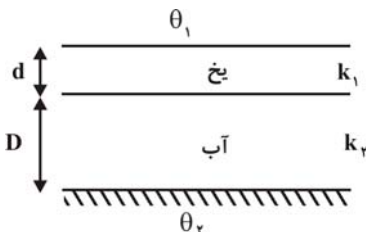
$$\Rightarrow \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow Q \text{ برای بار } 1: \frac{q_1(\vec{R} - \vec{r}_1)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{r}_1|^3} + \frac{q_2(\vec{R} - \vec{r}_2)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_2 - \vec{R}|^3} = 0$$

$$Q_1 \text{ برای بار } 2: \frac{Q(\vec{r}_1 - \vec{R})}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{R}|^3} + \frac{q_2(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = 0$$

با حل معادلات و یا جای‌گزینی گزینه‌ها جواب صحیح به دست می‌آید:

$$\Rightarrow R = \frac{r_1 \sqrt{q_2} + r_2 \sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}, \quad Q = \frac{-q_1 q_2}{(\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2})^2}$$

۲۰- گزینه‌ی «ب» صحیح است.



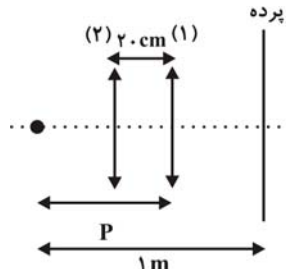
برای این که مقادیر d و D ثابت بمانند باید سیستم به حالت پایدار برسد. پس گرمای از دست رفته و گرفته شده برای هر دو ماده باید یکی باشد. در مرز آب و یخ دما صفر درجه است:

$$\frac{k_1 A (\theta_1 - 0)}{d} = \frac{k_2 A (\theta_2 - 0)}{D}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1 \theta_1}{d} = \frac{k_2 \theta_2}{D} \Rightarrow \frac{d}{D} = \frac{k_1 \theta_1}{k_2 \theta_2}$$

۲۱- گزینه‌ی «ک» صحیح است.

ابتدا فاصله‌ی شیء تا عدسی را بر حسب فاصله‌ی کانونی حساب می‌کنیم:



$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{1-p} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1-p+p}{p(1-p)} = \frac{1}{f} \Rightarrow p(1-p) = f \Rightarrow p^2 - p + f = 0 \Rightarrow p = \frac{1 \pm \sqrt{1-4f}}{2}$$

هر دو ریشه قابل قبول هستند، یکی از ریشه‌ها فاصله‌ی جسم تا عدسی در حالت اول و ریشه‌ی بعدی فاصله‌ی جسم تا عدسی در حالت

$$\frac{1 + \sqrt{1-4f}}{2} - \frac{1 - \sqrt{1-4f}}{2} = 0.2$$

دوم است. اختلاف فاصله‌ی دو حالت 20 cm است:

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{1-4f}}{2} = 0.2$$

$$\Rightarrow 1-4f = 0.4 \Rightarrow 4f = 0.6 \text{ m}$$

$$\Rightarrow f = 15 \text{ cm} \Rightarrow p_1 = 0.6, p_2 = 0.4$$

$$m = \left| \frac{q}{p} \right|$$

از فرمول بزرگ‌نمایی خطی می‌دانیم:

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{q_1}{p_1}}{\frac{q_2}{p_2}} = \frac{0.4}{0.6} = \left(\frac{0.4}{0.6}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

۲۲- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$-2QE + \frac{Q \times 2Q}{4\pi\epsilon_0 L^2} = \frac{M}{2} a$$

از قانون نیوتون برای بار $2Q$ داریم:

$$QE - \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} = Ma'$$

برای بار Q داریم:

$$a' = a$$

برای این که فاصله‌ی نسبی دو بار ثابت بماند باید شتاب دو بار برابر باشد:

$$\Rightarrow \frac{4Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} - 2QE = QE - \frac{2Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2}$$

$$\Rightarrow \frac{6Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} = 3QE \Rightarrow L = \sqrt{\frac{3Q^2}{1 \cdot \pi\epsilon_0 E}}$$

۲۳- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

از قانون گازهای کامل می‌توانیم تعداد مول مولکول هوای اتاق را حساب کنیم:

از تعریف گاز کامل می‌دانیم که مولکول‌های گاز انرژی پتانسیل ندارند و انرژی جنبشی آن‌ها در دمای صفر کلوین، صفر است. پس تغییرات انرژی درونی آن‌ها از دمای صفر کلوین تا دمای T همان انرژی جنبشی مولکول‌ها می‌باشد.

$$\Delta u = nC_{MV}\Delta T$$

$$\Delta u = \frac{PV}{RT} \times \frac{5}{2} R \times T = \frac{5}{2} PV$$

$$\Rightarrow \Delta u = mgh \Rightarrow h = \frac{\Delta PV}{2mg}$$

$$\Rightarrow h = \frac{5 \times 10^5 \times 50}{2 \times 500 \times 10} = 250 \cdot \text{m} = 0.25 \text{ km}$$

که به گزینه‌ی «۲» نزدیک‌تر است.

۲۴- گزینه‌ی «۴» صحیح است.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{q+p}{pq} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{pq}{q+p} = f$$

$$D = p + q \Rightarrow q = D - p$$

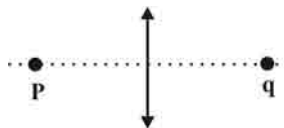
$$\Rightarrow \frac{p(D-p)}{D} = f \Rightarrow pD - p^2 = fD$$

$$\Rightarrow D = \frac{p^2}{p-f}$$

$$\frac{dD}{dp} = 0 \Rightarrow \frac{2p(p-f) - p^2}{(p-f)^2} = 0$$

$$\Rightarrow p^2 - 2pf = 0 \Rightarrow p = 2f$$

$$\Rightarrow D = \frac{(2f)^2}{2f-f} = \frac{4f^2}{f} = 4f$$



برای این که D کمینه شود:

۲۵- گزینه‌ی «۴» صحیح است.

$$V_1 = gt - V_0$$

اگر جهت مثبت را رو به پایین بگیریم، سرعت سنگ اول در هر لحظه برابر است با:

$$V_2 = g(t-1.0)$$

اندازه‌ی سرعت سنگ دوم بعد از پرتاب برابر است با:

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = g(t-1.0) - (gt - V_0)$$

سرعت نسبی سنگ دوم نسبت به اول برابر است با:

$$\Rightarrow V_2 - V_1 = V_0 - 1.0g$$

اگر سرعت نسبی سنگ‌ها منفی باشد، یعنی فاصله‌ی آن‌ها کم شود، دو سنگ می‌توانند به هم برسند:

از طرفی می‌دانیم اگر سرعت اولیه طوری باشد که سنگ اول قبل از رها شدن سنگ دوم از نقطه‌ی اولیه عبور کند، دو سنگ هیچ‌گاه به هم نمی‌رسند:

$$V_0 = gt_0 - V_0$$

$$\Rightarrow \frac{2V_0}{g} = t_0 \Rightarrow t_0 > 1.0s \Rightarrow \frac{2V_0}{g} > 1.0 \Rightarrow V_0 > 5.0m/s \Rightarrow 5.0m/s < V_0 < 10.0m/s$$

۲۶- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

اگر جسمی در داخل دستگاه شتاب داری قرار گیرد، یک نیروی مجازی برابر با شتاب دستگاه ضرب در جرم جسم به آن وارد می‌شود.

جهت این نیرو خلاف جهت شتاب دستگاه است. پس اگر رو به جنوب بایستیم و سکه روبه‌روی شخص بیافتد، پس نیرویی رو به جنوب به

سکه وارد شده است، بنابراین شتاب دستگاه به طرف شمال است. در این صورت گزینه‌ی «۱» صحیح است.

۲۷- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

سرعت قدم زدن یک انسان معمولی تقریباً 3 km/h است. یک انسان در طول روز حدود ۳ ساعت قدم می‌زند. طول عمر یک انسان را

$$60 \times 365 \times 3 \times 3 \approx 1.0^5 \text{ km} \quad \text{۶۰ سال در نظر می‌گیریم:}$$

۲۸- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$P' = P \left(\frac{T}{T'} - 1 \right) \quad \text{ماکسیمم توان ورودی به یخچال برابر است با:}$$

$$P = \left(\frac{T}{T'} - 1 \right) P' \Rightarrow \frac{T}{T'} = 2 \Rightarrow T' = \frac{T}{2} \quad \text{که } T' \text{ دمای داخل یخچال است. در حالت تعادل این توان با توان لامپ برابر است:}$$

۲۹- گزینه‌ی «۳» صحیح است.

تقریباً $50 \cdot 8$ طول می‌کشد تا نور خورشید به زمین برسد، پس فاصله‌ی زمین تا خورشید را می‌توانیم حساب کنیم:

$$R = 50.0 \times 3 \times 10^8 = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho = \frac{4}{3} \pi \times (1.5 \times 10^{11})^3 \times 1.0^{18} \text{ kg} \quad \text{جرم ماده‌ی اولیه‌ی جهان می‌شود:}$$

$$\Rightarrow M = 1/4 \times 1.0^{52} \text{ kg}$$

می‌دانیم جرم پروتون و نوترون تقریباً برابر است و از جرم الکترون در برابر پروتون و نوترون می‌توان صرف نظر کرد. جرم پروتون تقریباً

$$N = \frac{M}{2 \times 1/7 \times 10^{-27}} = \text{تعداد هر یک از ذرات با فرض برابر بودن} \quad \text{۱/۷} \times 10^{-27} \text{ kg است:}$$

$$N = \frac{1/4 \times 1.0^{52}}{3/4 \times 10^{-27}} = 4 \times 10^{78}$$

$$\text{تعداد کل ذرات} = 3N = 1/2 \times 10^{79} \approx 1.0^{79}$$

۳۰- پاسخ صحیح گزینه‌ی «۳»

$$\frac{80/1 - 5/5}{100} = 0.746$$

ابتدا رابطه‌ی دمای بنزن و سانتی‌گراد را پیدا می‌کنیم:

یعنی هر 0.746°C معادل 1°B است.

$$100 - 80/1 = 19/9^\circ \text{C}$$

$$\frac{19/9}{0.746} = 26/7^\circ \text{B} \Rightarrow 100 + 26/7 = 126/7^\circ \text{B} \approx 127^\circ \text{B}$$

۳۱- گزینه‌ی «۴» صحیح است.

برای این که جریان گذرنده از هر دو باتری یکسان باشد، باید مقاومت معادل از دو سر باتری در هر دو حالت یکی باشد:

$$R = \frac{RR_1}{R + R_1} + R_1$$

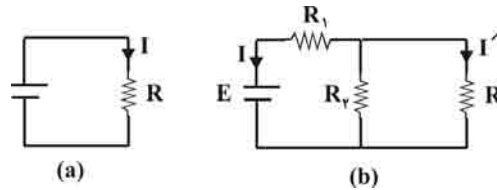
$$\Rightarrow R^2 + RR_1 = RR_1 + R_1R + R_1R_1$$

$$\Rightarrow R^2 - RR_1 - R_1R_1 = 0$$

$$I' = \frac{1}{2}I, I = \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{E - ER_1}{R} = \frac{1}{2} \frac{E}{R} \Rightarrow 1 - \frac{R_1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R_1}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{2}R$$

$$\Rightarrow R_1R_1 = R^2 - RR_1 = R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \frac{1}{2}R^2$$



۳۲- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

قطعه از ارتفاع H بالای سطح آب رها شده است. سرعت و زمان رسیدن قطعه به سطح آب برابر می‌شود با:

$$V_0 = \sqrt{2gH}, t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

با صرف نظر از کشش سطحی آب، اگر فرض کنیم قطعه با همان سرعت V_0 وارد آب می‌شود در داخل آب:

$$F - mg = ma \Rightarrow a = \frac{F - mg}{m}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{F - mg}{m} t^2 - V_0 t \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 & \text{(لحظه‌ی وارد شدن به آب)} \\ t = \frac{2mV_0}{F - mg} = \frac{2mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} & \text{(زمان برگشتی به سطح آب)} \end{cases}$$

$$T = \frac{2mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{F + mg}{F - mg} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

۳۳- پاسخ صحیح گزینه‌ی «۳»

زمانی نفت از مخزن لبریز می‌شود که حجم مخزن بزرگ‌تر شود: $V_1 = \pi \times 3^2 \times 9 / 5 \text{ m}^3$: حجم نفت در 10°C

$V_2 = \pi \times 3^2 \times 10 \text{ m}^3$: حجم مخزن در 10°C

$$\Rightarrow V_1' = V_1(1 + 10^{-3} \Delta T)$$

$$\Rightarrow V_2' = V_2(1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$\Rightarrow V_1' > V_2'$$

$$\Rightarrow V_1(1 + 10^{-3} \Delta T) > V_2(1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$\Rightarrow 9\pi \times 9 / 5 (1 + 10^{-3} \Delta T) > 9\pi \times 10 (1 + 3 \times 10^{-5} \Delta T)$$

$$\Rightarrow 9 / 5 \times 10^{-3} \Delta T - 30 \times 10^{-5} \Delta T > 10 / 5$$

$$\Rightarrow \Delta T (0.0018 - 0.006) > 2$$

$$\Delta T > 54 / 3^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow T - 10 = 54 / 3^\circ\text{C} \Rightarrow T = 44 / 3^\circ\text{C}$$

۳۴- گزینه‌ی «۱» صحیح است.

$$F = \frac{GM(r)}{r^2}$$

میدان گرانشی یک جسم کروی برابر است با:

که $M(r)$ جرمی از ستاره است که داخل کره‌ای به شعاع r و هم مرکز با ستاره است. از این فرمول درمی‌یابیم که بیشینه میدان گرانشی در سطح جسم است.

$$a = r\omega^2$$

شتاب ناشی از چرخش سیاره برابر است با:

که r فاصله از محور چرخش است. ماکسیمم این شتاب در سطح ستاره، روی استوای ستاره است. این شتاب رو به بیرون است.

$$r\omega^2 = \frac{G \times \frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{r^2}$$

برای این که ستاره از هم نیفتد باید این شتاب کم‌تر از میدان گرانشی باشد:

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi\rho G} \Rightarrow F = \frac{\omega}{2\pi} = \sqrt{\frac{\rho G}{3\pi}}$$

$$\Rightarrow F = \sqrt{\frac{1.18 \times 6/67 \times 10^{-11}}{3\pi}} = 2/7 \times 10^3 \text{ Hz}$$

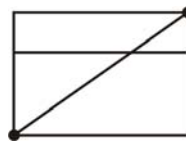
۳۵- گزینه‌ی «۲» صحیح است.

مورچه می‌خواهد به نقطه‌ای واقع در رأس مقابل برسد. می‌دانیم کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه خط مستقیم بین دو نقطه است. اما مورچه نمی‌تواند روی خط مستقیم بین دو رأس روی قطر مکعب حرکت کند. پس مورچه باید حداقل روی دو سطح مجاور مکعب مستطیل حرکت کند. حال اگر دو سطح مجاور را که بر هم عمودند، در کنار هم قرار دهیم، مورچه برای این که کوتاه‌ترین مسافت را طی کند، باید روی قطر مستطیل به وجود آمده حرکت کند. برای سه حالت ممکن داریم:

$$\sqrt{(20+40)^2 + 8^2} = 100 \text{ cm}$$

$$\sqrt{(40+60)^2 + 8^2} = 128 \text{ cm}$$

$$\sqrt{(60+80)^2 + 4^2} = 145/6 \text{ cm}$$



پس کوتاه‌ترین مسافتی که مورچه می‌تواند طی کند 100 cm است.